

# Diagrama de Bode

## Prática 1- Data 05/09/2021

Centro Universitário SENAI CIMATEC, Engenharia Elétrica, 8ª Semestre

Caio Bender; Davi Sampaio; Eduarda Almeida; Felipe Mohr; Flavio Viana

Entregue ao professor Rodrigo Carvalho Tutu da disciplina Modelagem e Controle de Sistemas 2

**Resumo:** O diagrama de Bode é uma ferramenta que oferece muitas informações importantes para sistemas de controle. Por meio da função de transferência de um sistema, é possível obter gráficos de magnitude e fase em função da frequência em escala logarítmica. Dessa forma, foi proposta uma prática que teve por objetivo reforçar o entendimento das técnicas de construção do diagrama de Bode. Para isso, foram dados dois sistemas onde foram traçados diagramas de Bode assim como encontrado o lugar das raízes para a análise da estabilidade através do ganho K. Por fim, foram então encontrados os valores para K os quais tornaram o sistema estável assim como os que os levavam para instabilidade.

**Palavras-chave:** Diagrama de Bode; lugar das raízes; estabilidade; ganho; função de transferência.

### I. INTRODUÇÃO

O Diagrama de Bode é um traçado da resposta em frequência de uma função de transferência de sistema. Ele é composto de dois gráficos: Diagrama de Módulo e Frequência; e Diagrama de Fase e Frequência. Ambos os gráficos possuem o eixo horizontal, das frequências, em escala logarítmica [1].

O Diagrama de Bode é usado em circuitos elétricos, filtros e sistemas de controle. Ele permite extrair muitas informações importantes para o conhecimento das características dos sistemas.

Nesse sentido, a prática tem como objetivo reforçar o entendimento das técnicas de construção do diagrama de bode, assim como conhecer as ferramentas do matlab para construção do diagrama.

### II. EXPERIMENTO

#### MATERIAIS E MÉTODOS

Para a simulação dos sistemas propostos, foi utilizada a ferramenta MATLAB, um software de alta performance voltado para o cálculo numérico. Ele possui uma função denominada bode.m, a qual se forem fornecidos como entrada os coeficientes do numerador e denominador da função resposta em frequência será construído o diagrama de Bode.

#### SISTEMA 1

Para o sistema proposto na Figura 1, o diagrama de Bode foi traçado na forma assintótica e através do MATLAB

utilizando a função bode.m.

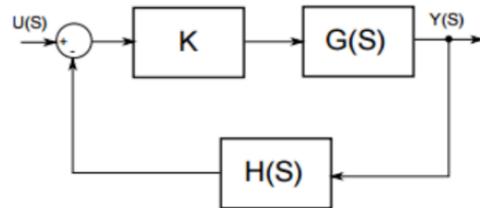


Figura 1. Sistema de controle I.

Após a obtenção do diagrama de Bode, foi utilizado o método do Lugar das Raízes para analisar a estabilidade do sistema.

Para o sistema, foram dados as funções G(S) e H(S) representados nas equações 1 e 2.

$$G(s) = \frac{50s^2 + 300s + 400}{s^5 + 22s^4 + 164s^3 + 488s^2 + 480s} \quad (1)$$

$$H(s) = 1 \quad (2)$$

#### SISTEMA 2

Para o sistema proposto na Figura 2, inicialmente foi traçado o diagrama de Bode do sistema. Feito isso, foi traçado o Lugar das Raízes do Sistema e determinado o ganho máximo para a estabilidade do sistema.

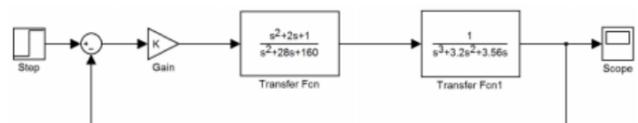


Figura 2. Sistema de controle II.

### III. RESULTADOS

#### SISTEMA 1

Considerando a realimentação do sistema e um ganho unitário (K = 1), encontramos a função de transferência do Sistema, utilizando a função feedback.m do Matlab:

$$Y(s)/U(s) = \frac{50s^2 + 300s + 400}{s^5 + 22s^4 + 164s^3 + 538s^2 + 780s + 400}$$

Com auxílio das funções pole.m e zero.m, encontramos os polos e zeros dessa Função de Transferência:

TABELA 1: POLOS E ZEROS DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DO SISTEMA 1

Polos	Zeros
-10.9284	-4.0
-4.0	-2.0
-3.8979	
-2.0	
-1.1738	

Nota-se que os zeros em -2 e -4 “anulam” dois dos polos. Assim, o Diagrama de Bode de Magnitude deverá iniciar-se em 0dB, tendo pontos de queda de -20dB em -1.1738 (inclinação de -20dB/dec), -3.8979 (inclinação de -40dB/dec) e -10.9284 (inclinação de -60dB/dec).

O Diagrama de Bode foi plotado com o auxílio do software Matlab, considerando novamente um valor unitário de ganho (K = 1). O resultado pode ser visto no gráfico a seguir.

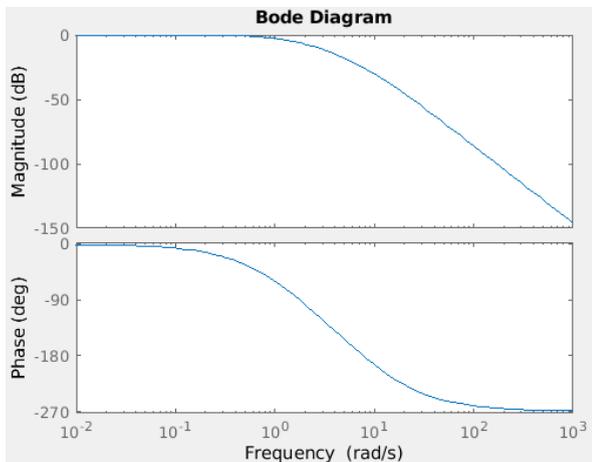


Figura 3. Diagrama de Bode do Sistema 1 para K = 1

Foi plotado também o Diagrama do Lugar das Raízes, com auxílio da função rlocus.m do Matlab, para K = 1:

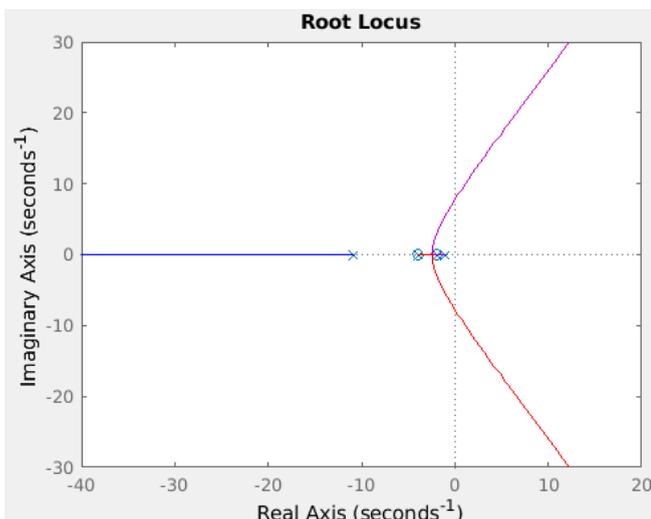


Figura 4. Lugar das Raízes do Sistema 1 para K = 1

Nota-se que, para ganho unitário, todos os polos do Sistema estão do lado esquerdo do plano complexo, de forma que o sistema é estável. Entretanto, foi observado que para valores de K superiores a 19.2, o sistema torna-se instável. O Gráfico a seguir mostra o Diagrama do Lugar das Raízes para K = 20, o que já torna o sistema instável.

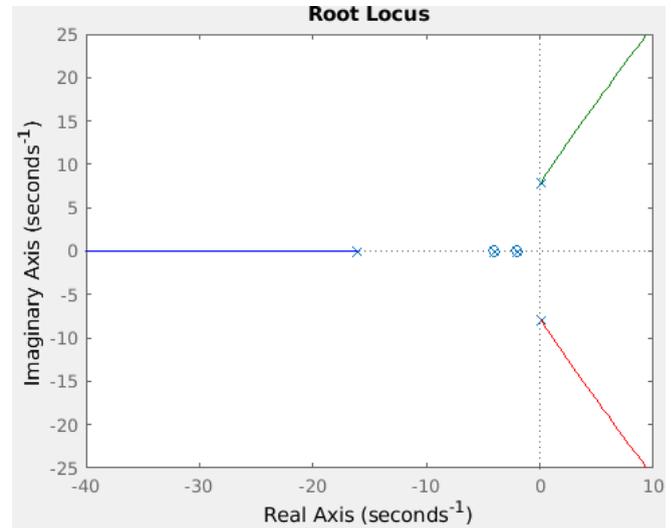


Figura 5. Lugar das Raízes do Sistema 1 para K = 20

Os polos dessa nova função de transferência são: -16.125, 0.0625 + 7.8747j, 0.0625 - 7.8747j, -4.0 e -2.0. A presença dos dois polos no lado direito do plano complexo é o que torna o sistema instável.

### SISTEMA 2

Para um ganho unitário (K = 1), a função de transferência obtida para o sistema 2, levando em conta sua realimentação, foi:

$$Y(s)/U(s) = \frac{s^2 + 2s + 1}{s^5 + 31.2s^4 + 253.2s^3 + 612.7s^2 + 571.6s + 1}$$

Apresentando os seguintes zeros e polos:

TABELA 2: POLOS E ZEROS DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DO SISTEMA 2

Polos	Zeros
-20.0044	-1.0
-7.9878	-1.0
-1.6030 + 1j	
-1.6030 - 1j	
-0.0018	

Foi então plotado o Diagrama de Bode para esse Sistema:

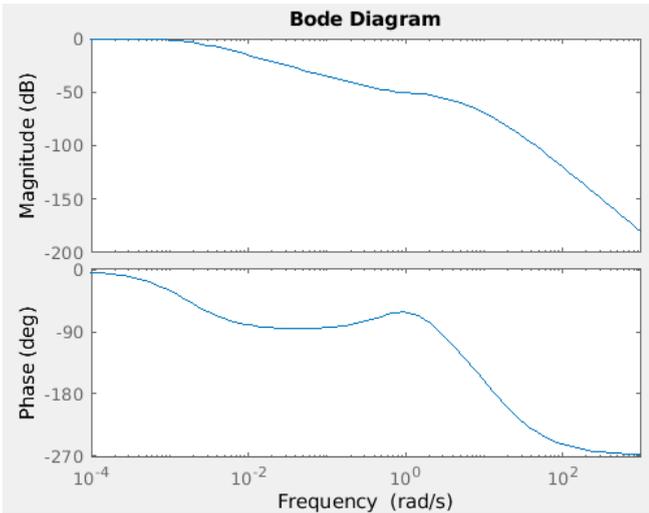


Figura 6. Diagrama de Bode do Sistema 2 para  $K = 1$

Os gráficos a seguir ilustram a resposta do Sistema para diferentes valores de  $K$ , respectivamente 1, 1000, 3000 e 12000, para uma entrada do tipo degrau.

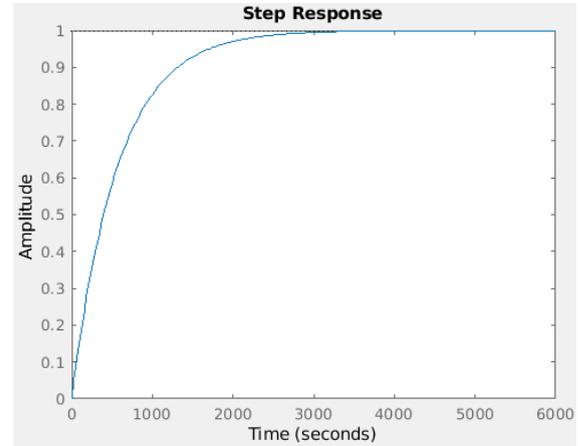


Figura 9. Resposta do Sistema 2 para  $K = 1$

O Diagrama do Lugar das Raízes pode ser visto a seguir:

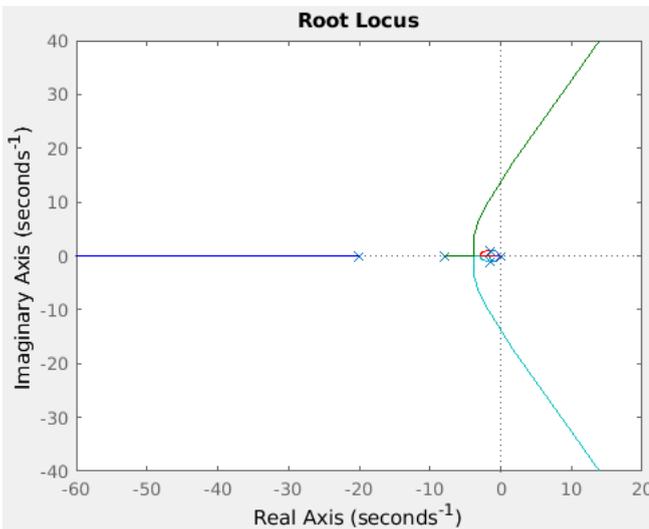


Figura 7. Lugar das Raízes do Sistema 2 para  $K = 1$

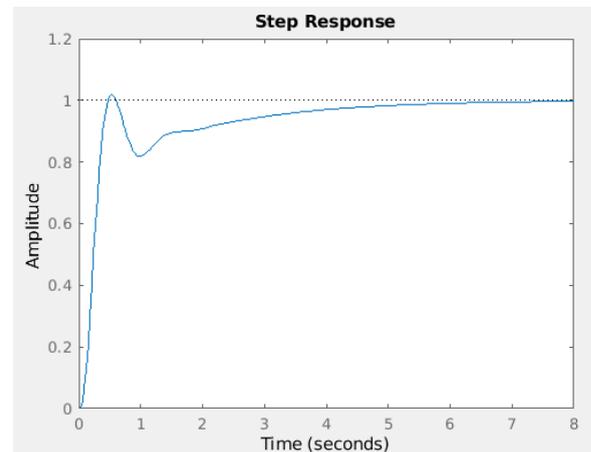


Figura 10. Resposta do Sistema 2 para  $K = 1000$

Valores de ganho superiores a 5464 tornam o sistema instável, devido ao deslocamento de polos para o lado direito do plano complexo. A seguir podemos ver o Diagrama do Lugar das Raízes para  $K = 6000$ .

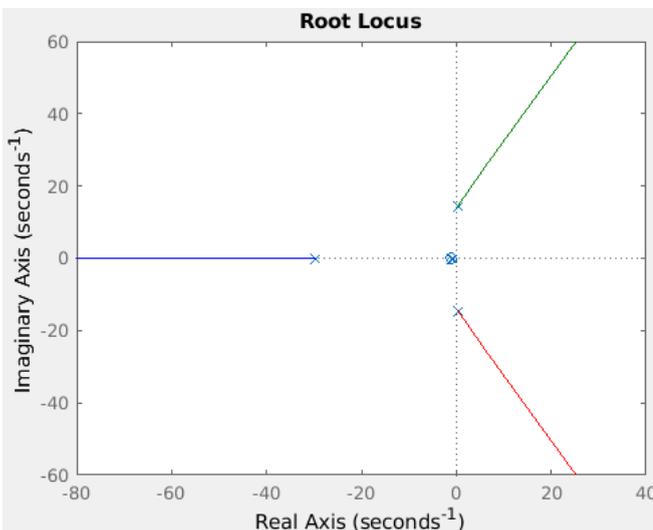


Figura 8. Lugar das Raízes do Sistema 2 para  $K = 6000$

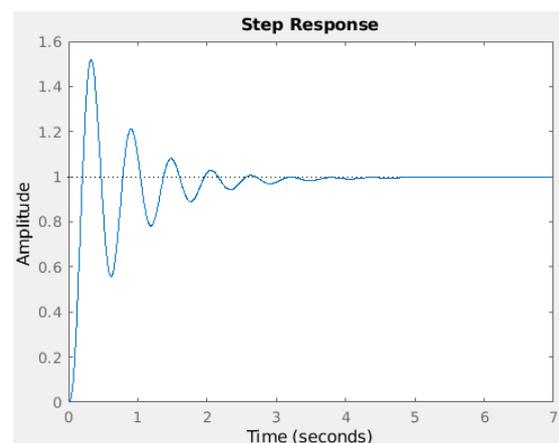


Figura 9. Resposta do Sistema 2 para  $K = 3000$

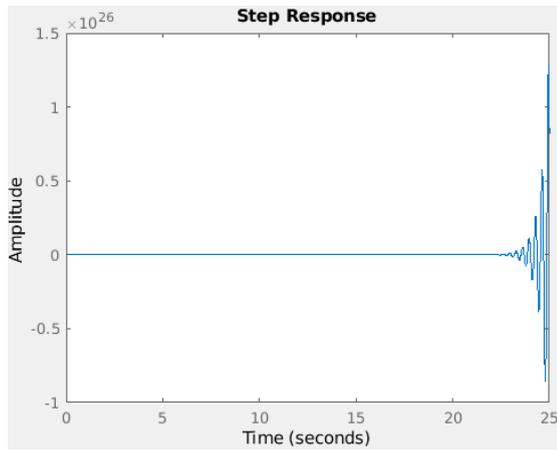


Figura 12. Resposta do Sistema 2 para  $K = 12000$

#### IV. CONCLUSÃO

Para cada um dos sistemas propostos foi encontrado o Diagrama de Bode e traçado o Lugar das Raízes. Com base nos resultados obtidos para o ganho  $K$ , foi possível avaliar a estabilidade de ambos os sistemas assim como encontrar quais valores tenderiam os sistemas para a instabilidade. Dessa forma, a prática reforçou o entendimento das técnicas de construção do Diagrama de Bode assim como as ferramentas do MATLAB para construção do diagrama.

#### V. REFERÊNCIAS

[1] Departamento de Engenharia Elétrica. **Diagrama de Bode para Primeira e Segunda Ordens**. Disponível em: <<https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/24613/introducao.html>>. Acesso em: 29 de ago. de 2021.